



GeoGebra 3D: uma experiência de ensino com atividades exploratório-investigativas no ensino da Geometria Espacial

GeoGebra 3D: an teaching experience with exploratory-investigative activities in the teaching of spatial geometry

Resumo

Esse artigo apresenta um estudo sobre as contribuições do *software* GeoGebra 3D na visualização e conceitos geométricos intrínsecos aos sólidos geométricos mediante uma tarefa de cunho exploratório-investigativa realizada com alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola de Além Paraíba-MG. A experiência se conecta a uma pesquisa qualitativa do tipo investigação-ação cujo objetivo geral é investigar possibilidades de aprendizagem de conceitos relativos aos Poliedros sob uma proposta investigativa. Para tanto, aplicamos uma sequência de atividades exploratório-investigativas utilizando o *software* GeoGebra 3D e analisamos diálogos entre os alunos durante aplicação da sequência. Os resultados iniciais evidenciaram que essas práticas didáticas podem oferecer situações que possibilitam ampliar o conhecimento dos alunos sobre a Geometria Espacial principalmente pelas contribuições trazidas pelo ambiente que se criou em sala de aula, marcado pela partilha de ideias, pela oportunidade de discussão e socialização de estratégias.

Palavras-chave: GeoGebra 3D. Geometria Espacial. atividade exploratório-investigativa.

Linha Temática: Tecnologia Educacional.

1 Introdução

Conforme alude os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Brasil (1998), a Matemática é vista como instrumento necessário em diversas situações do cotidiano e serve como suporte a outras áreas do conhecimento sendo ainda uma forma de desenvolver habilidades de pensamento. No que se refere à Geometria, espera-se que o estudante desenvolva habilidades de visualização e desenho espacial além de utilizar seus conhecimentos em Geometria para solucionar problemas geométricos no meio em que vive.



Dessa forma, se torna cada vez mais necessário a busca por novas metodologias de ensino com o intuito de não somente melhorar a qualidade do ensino em questão mas também de se criar estratégias que levem o estudante a questionar e traçar novos caminhos para superar suas dificuldades. Nesse sentido, os PCN's procuram compreender o conhecimento científico e tecnológico como frutos da construção humana inseridos em seu processo histórico e social.

Pesquisas como as de Pavanello (1993) e Barbosa (2013) trazem à tona a problemática do abandono ou omissão da Geometria no Ensino Básico alertando que muitos docentes não possuem conhecimentos geométricos essenciais e básicos para a realização de suas práticas pedagógicas. Outro problema identificado nas pesquisas que envolvem o ensino e o aprendizado de Geometria é relativo aos livros didáticos que muitas vezes apresentam a Geometria como um aglomerado de definições, fórmulas e propriedades encontradas, em alguns casos, no final do livro.

Se, por um lado, uma das dificuldades no aprendizado da Geometria recai sobre as limitações de visualização e livros didáticos que pouco ajudam na compreensão do conteúdo, por outro, estudos mostram que a utilização de *softwares* possibilita, em parte, a superação desse limite contribuindo para a compreensão de conceitos e propriedades geométricas na medida em que o aluno é levado a visualizar, interpretar, conjecturar, induzir e generalizar resultados assumindo assim o papel de sujeito ativo na construção de seu próprio conhecimento.

Relatamos nesse artigo uma experiência de sala de aula com alunos do 2º ano de uma escola privada localizada na Zona da Mata Mineira cujo objetivo é identificar as contribuições do *software* GeoGebra 3D na visualização e conceitos geométricos intrínsecos aos sólidos geométricos mediante uma atividade de cunho exploratório-investigativa.



2 Atividades de cunho exploratório-investigativo

O professor, no cotidiano escolar, se depara com diversas responsabilidades inerentes a sua profissão como promover o ensino e a aprendizagem de seus alunos, avaliá-los, participar ativamente em projetos pedagógicos dentre outras atividades. Em todas essas situações o professor enfrenta desafios que muitas das vezes são superadas com muita boa vontade e bom senso apoiando-se, quase sempre, em sua experiência docente onde nem sempre encontra soluções satisfatórias.

O ensino, segundo Ponte (2002, p.02), vai além de uma simples aplicação de uma metodologia pré-elaborada de forma unilateral, "trata-se de uma atividade intelectual, política e de gestão de pessoas e recursos". São necessárias constantes avaliações e reformulações em suas práticas docentes de modo que oportunizem seus alunos a obtenção de resultados desejados. Para que isso ocorra efetivamente é preciso compreender as dificuldades bem como estabelecer uma maior proximidade com seus alunos.

Adotamos nessa pesquisa a designação "atividade de cunho exploratório-investigativa" para uma modalidade peculiar ao ensino de Matemática, sendo essas as que levam o aluno a empreender explorações e investigações. Ponte (2003) esclarece que há dificuldade em diferenciar investigação de exploração, pois as características de tarefas não são absolutas e sim relativas à pessoa que a realiza. Com isso ele justifica ter adotado a expressão exploratório-investigativa para designar as atividades.

As atividades de cunho exploratório-investigativo oportunizam aos alunos a realização de debates, a expor seus raciocínios ou estratégias de resolução e a estabelecer conjecturas. Nesse sentido, o aluno é estimulado a participar ativamente em equipe favorecendo assim uma aprendizagem significativa. Dá ainda ao aluno a oportunidade de escolher o caminho que deseja seguir não nos



limitando a impor somente o que julgamos importante. Fiorentini et al (2005) afirmam que nesse novo paradigma no ensino da Matemática o aluno sai de uma postura passiva e participa ativamente da construção de seu próprio conhecimento tornando-se um pesquisador.

No que se refere ao ensino da Geometria, a que aqui nos propomos enfocar, Lorenzato (1995) afirma que os professores devem ter sempre presentes em suas aulas questionamentos como: Por que você pensa assim? Como chegou a essa conclusão? Isso vale para todos os casos? Como isso pode ser dito de outro modo? Você concorda? O que mudou? Entre outros questionamentos.

O nosso interesse em adotar as atividades exploratório-investigativas como recurso metodológico para o ensino de Geometria Espacial é justificado pelo potencial em favorecer a compreensão de conceitos geométricos e promover o desenvolvimento das capacidades argumentativas e validação das respostas encontradas. Além disso, acreditamos que essas atividades valorizam a autonomia, a iniciativa, a perseverança e, principalmente, a criatividade do aluno auxiliando a produção de conhecimento geométrico.

3 GeoGebra 3D: uma nova possibilidade para o ensino de Geometria Espacial

O GeoGebra 3D é um programa de Geometria Dinâmica (GD) utilizado tanto no Ensino Básico quanto no Ensino Superior que une dinamicamente Geometria, Álgebra e Cálculo oferecendo esses recursos em um único ambiente e totalmente conectados. (HOHENWARTER e PREINER, 2007).

O *software* oferece várias representações simultâneas de cada objeto onde cada expressão na Janela de Álgebra corresponde a um objeto na Janela de Visualização 2D.



Nesta pesquisa foi utilizado o GeoGebra 5.0 que disponibiliza a Janela de Visualização 3D. Designaremos o programa por GeoGebra 3D. Com ele o professor pode propor atividades para o aluno testar hipóteses e conjecturas de maneira dinâmica contribuindo assim para auxiliar as explorações, investigações e argumentações.

Apresentamos na sequência o contexto no qual se inseriu essa pesquisa, descrevemos os sujeitos e os procedimentos metodológicos para construção, descrição e interpretação dos dados coletados. Em seguida descrevemos e analisamos uma atividade de cunho exploratório-investigativa desenvolvida na experiência de ensino de conceitos elementares sobre sólidos geométricos.

4 Metodologia da Pesquisa

Esta é uma pesquisa qualitativa do tipo investigação-ação, a qual permite ao pesquisador observar a realidade investigada ao mesmo tempo em que participa de todo o processo. Segundo Elliott (1990) a investigação-ação é uma metodologia de investigação orientada com o objetivo de proporcionar melhorias às práticas nos diversos campos da ação obtendo melhores resultados naquilo que se faz e, por outro lado, facilitar o aperfeiçoamento das pessoas e dos grupos com que se trabalha.

Os sujeitos de pesquisa foram 30 alunos voluntários do 2º ano do Ensino Médio de uma escola localizada na cidade de Além Paraíba-MG situada na Zona da Mata Mineira.

Os instrumentos de coleta de dados foram as atividades propostas aos alunos nas quais os mesmos deveriam registrar suas respostas e entregar ao final do encontro, os vídeos com as gravações das aulas e suas transcrições. Para a realização desse trabalho baseamos tão somente na transcrição realizada do vídeo da aula no qual desenvolvemos a Atividade 1.



Observamos os diálogos dos alunos em dois momentos: durante o desenvolvimento da atividade quando discutiam os encaminhamentos e durante o compartilhamento dos resultados, quando eram indagados pelo professor.

Apresentamos a seguir uma das atividades propostas e seu desdobramento no laboratório de informática.

5 Atividade com o GeoGebra 3D para explorar e investigar sólidos geométricos

Elaboramos uma experiência de ensino com cinco atividades de caráter exploratório-investigativas para aplicação no laboratório de informática em horários extraclasse, utilizando o *software* GeoGebra 3D. As atividades de caráter exploratório-investigativas foram realizadas em duplas.

A experiência de ensino foi desenvolvida no segundo semestre do ano de 2015 em cinco encontros de uma hora de duração abordando tópicos relativos aos sólidos geométricos, conforme o quadro abaixo:

Quadro 1 – temas abordados nas atividades

Tarefa	Conteúdo	Duração
Atividade 1	- Sólidos Redondos e Poliedros.	1h
Atividade 2	- Cubo, Prisma, volumes.	1h
Atividade 3	- Tetraedro, Área e Relação de Euler.	1h
Atividade 4	- Pirâmides.	1h
Atividade 5	- Poliedros semirregulares.	1h

Fonte: Elaborado pelos autores

A Folha de Atividade foi distribuída as duplas para resolução após discussões entre eles. Ao longo das atividades apresentamos questionamentos



de modo a levar os alunos a perceberem as relações e construírem conceitos envolvidos.

Dentre as atividades propostas no projeto escolhemos, para discussão e análise nesse artigo, a Atividade 1 e seu desenvolvimento pelos alunos. Substituímos os nomes dos alunos pelas designações Aluno01, Aluno02, Aluno03 e assim sucessivamente para preservar as identidades.

5.1 Descrição da Atividade 1

O objetivo dessa atividade foi levar o aluno a identificar a diferença entre sólidos redondos e Poliedros bem com as dimensões dos elementos que os constituem.

1) Abra o arquivo *solidos_diversos.ggb*. Em seguida, mova o plano que contém os sólidos livremente.

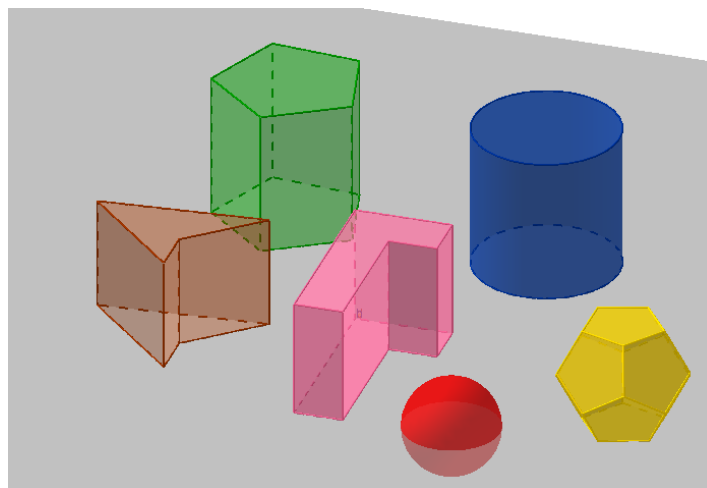


Figura 1 - Sólidos diversos contidos no arquivo *solidos_diversos.ggb*

Agora responda:

a) O que você observou em relação às características em comum entre os sólidos de cor rosa, amarelo e marrom?



b) O que você observou em relação às características em comum entre os sólidos de cor azul e vermelho?

2) A partir do que foi observado no item anterior, responda:

Sobre as superfícies dos poliedros observados podemos identificar elementos de 2, 1 ou nenhuma dimensão? Tomando como exemplo o Prisma Pentagonal, quantos são os elementos de 2, 1 e nenhuma dimensão sobre a sua superfície?

O professor antes de distribuir as atividades impressas aos alunos apresentou as ferramentas básicas do *software* GeoGebra 3D mediante construções de alguns sólidos geométricos e solicitou que os alunos reproduzissem essas construções em seus computadores para que se familiarizassem com o programa.

Após a apresentação do programa o professor fez a distribuição da Folha de Atividades e solicitou aos alunos que discutissem entre as duplas e registrassem suas respostas por escrito na folha.

Professor: “Pessoal, vou distribuir a vocês uma pequena atividade para que façam em dupla. Discutam entre vocês [entre as duplas] mas não precisam cochichar. Podem falar um pouco mais alto”.

O professor teme que os alunos fiquem tímidos por estarem sendo filmados e assim procurem falar em baixo tom dificultando assim sua observação e posterior análise.

Após a entrega da Folha de Atividades o professor faz uma rápida leitura dos enunciados. É importante frisar que, ao introduzir uma tarefa exploratório-investigativa em sala de aula, o professor deve realizar uma leitura com seus alunos para que compreendam o que esta sendo solicitado. Como as atividades exploratório-investigativas são pouco estruturadas, os estudantes começam a perceberem que precisam formular hipóteses em relação às questões investigadas (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2009).



Na sequência o professor solicita que os alunos gravem em seus computadores as construções realizadas anteriormente e abram, pelo GeoGebra 3D, o arquivo solidos_diversos.ggb contendo os sólidos a serem explorados pelos alunos para que sejam respondidos os questionamentos.

Nesse primeiro momento os alunos não apresentaram dificuldades em localizar o arquivo na pasta mencionada nem tão pouco de abri-lo visto que esse procedimento é bem similar aos programas utilizados por eles no dia a dia como editores de textos, por exemplo.

Professor: “Agora pessoal façam as atividades e escrevam na folha suas conclusões, ok?”

Aluno01: “Professor, mas e se a gente errar?”

Professor: “Não, não...isso não importa! Quero que façam a atividade mediante o conhecimento de vocês. Nós não estamos preocupados aqui nesse momento se está certo ou errado. O mais importante aqui é a participação, ok?”

Depois de algum tempo percorrendo a sala observando os alunos, o professor vai até uma das duplas:

Professor: “O que vocês estão contando aí?”. [após ter notado que a aluna apontava o lápis para construção na tela do computador como se estivesse contando].

Aluno04: Estamos tentando ver, de alguma forma, alguma coisa em comum entre os objetos”.

Professor: “Entre quais objetos?”.

Aluno04: “Entre os sólidos de cor rosa, amarelo e marrom”.

Nesse momento, os alunos dividiram a tela do computador com a Janela de Visualização 2D e a Janela de Visualização 3D. Notamos que os alunos buscavam identificar as semelhanças entre os sólidos através de suas bases que podem ser observados livremente na Janela de Visualização 2D. Tudo indica que os alunos se sentem mais seguros quando navegam no ambiente bidimensional.

Após terem concluído os registros na Folha de Atividades, o professor propôs as duplas que respondessem, em voz alta, o que haviam registrado.



Questionados então quanto a questão 1 letra *a* percebemos que a turma não apresentou nenhuma dificuldade em perceber a similaridade entre os sólidos de cor rosa, amarelo e marrom. Questionados ainda sobre o motivo da resposta um dos alunos afirmou que todos os três sólidos apresentavam faces planas. O professor então perguntou ao restante da turma se alguém discordava do colega mas todos estavam de acordo.

Quanto a questão 1 letra *b* também não tiveram dificuldades. Na opinião da turma foi a questão mais simples. Questionados sobre as similaridades entre os sólidos de cores azul e vermelho a turma respondeu, quase que em coro, que se tratavam de sólidos redondos.

Partimos então para a questão 2 cujo objetivo era saber se o aluno conseguia identificar elementos de uma, duas, três ou nenhuma dimensão nos sólidos solicitados. Nesse momento uma das duplas questionou o professor quanto ao solicitado no enunciado. Não ficou claro para a dupla (e aparentemente também para outras equipes) o que seriam esses elementos.

Aluno08: "Professor como vou fazer essa questão? Tenho que dizer quantas dimensões ele tem?" [após ter realizado a leitura da questão para o professor].

Professor: "Então, vamos recordar os entes geométricos. O que seria algo unidimensional, por exemplo? Me dê exemplos".

Aluno05: "Triângulo".

Professor: "Triângulo? Por quê?".

Nesse momento o Aluno08 discordou do Aluno05 afirmando que o triângulo não era um elemento unidimensional. Na sequência o Aluno08 respondeu a pergunta do professor.

Aluno08: "Uma linha. A linha é unidimensional".

Professor: "Por quê?"

Aluno08: "Porque só tem o comprimento".

Professor: "E como denominamos essa 'linha' no prisma pentagonal, por exemplo?"

Aluno08: "Ah! São as arestas".



O professor nesse momento retornou a resposta equivocada do Aluno05 que afirmou o triângulo se tratar de um elemento unidimensional e tornou a questioná-lo.

Professor: “Então Aluno05, o triângulo possui quantas dimensões?”.

Aluno05: “Duas. Agora me lembro que como tem uma superfície aqui e tá limitada podemos calcular área”.

A discussão acerca das dimensões que poderiam ser observados nos sólidos se prolongou por mais algum tempo. O professor questionou a turma quanto a dimensão do ponto e, mediante a discussão e os argumentos estabelecidos por eles para classificar as dimensões de um determinado elemento, conseguiram perceber que o ponto se tratava de um elemento adimensional.

Algumas considerações

A atividade de cunho exploratório-investigativo possibilitou o surgimento de diferentes estratégias para o desenvolvimento das atividades propostas. Ao confrontarem suas resoluções os alunos tentavam validar seus raciocínios na esperança de convencerem os colegas que sua solução seria a correta. Mediante diferentes estratégias de resolução, os alunos percebiam que, por diversas vezes, suas hipóteses eram validadas, ora pela ajuda do programa, ora pelos resultados semelhantes encontrados com outros colegas. Em outros casos, reconheciam suas falhas e contradições em suas resoluções revelando assim a fragilidade de seus argumentos.

É importante ressaltar que esses tipos de atividades não costumam fazer parte do cotidiano escolar dos alunos, acreditamos que, por isso encontramos obstáculos para a sua aplicação, tais como relutância ao responder oralmente os questionamentos do professor e insegurança ao escrever na Folha de Atividades. Acreditamos que pelo fato de estarem sendo filmados tenham se sentido mais



inibidos e temerosos em suas falas. Contudo, ao longo das atividades, percebemos que os alunos, aos poucos, se tornavam mais familiarizados com a metodologia e as participações se tornaram cada vez mais espontâneas.

Para os alunos, a realização da atividade proposta, bem como a metodologia adotada e uso do *software* contribuíram motivando os alunos e levando-os a superarem dificuldades no aprendizado de conceitos relacionados a Geometria Espacial. Isso porque a atividade de caráter exploratório-investigativa levou-os a refletir ao longo dos questionamentos e favoreceu o desenvolvimento de capacidades tais como a visualização espacial.

Quanto ao conteúdo de Geometria Espacial, ficou evidenciado, pelos questionamentos durante o desenvolvimento da atividade, que alguns alunos desconhecem ou não se lembram de determinados conceitos da Geometria Plana imprescindíveis ao estudo da Geometria Espacial. O conceito de dimensão também foi bem discutido entre os estudantes. Tal conceito, além de constantemente utilizado por nós no dia a dia, é muito importante na Matemática. Na tecnologia disponível até então, nossos televisores e computadores reproduziam imagens tridimensionais em telas planas. Fala-se até mesmo de uma quarta dimensão. Tendo em vista essa convivência com tais termos se torna necessário um trabalho mais profundo por parte dos professores sobre esses conceitos.

Estabelecemos no desenvolvimento das atividades com os alunos um contexto desafiador no qual os alunos se sentiram motivados e empenhados na resolução das questões. A dinâmica possibilitou aos alunos compartilharem suas ideias, ouvirem os colegas, traçarem estratégias de resolução, argumentarem e defenderem seus posicionamentos mediante as observações feitas com a ajuda do *software* e, em alguns casos, refutarem as opiniões de outros colegas. Essas discussões e reflexões em pequenos grupos permitiram a clarificação de pensamentos intuitivos e alargaram o tipo de estratégias dos alunos.



Finalizando, vale enfatizar que a inserção de recursos tecnológicos no ensino e na aprendizagem da Matemática torna necessária uma reorganização pedagógica, curricular e das práticas sendo estes o grande desafio do professor nos dias atuais e as investigações matemáticas em sala de aula auxilia o docente a identificar as dificuldades de seus alunos durante o processo de aprendizagem, além de contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Referências

BARBOSA, M. A. As elaborações de conhecimento geométricos no ensino fundamental II em uma microbacia. 2013. 233 f. Dissertação. (Mestrado em Ensino e História das Ciências da Terra). Instituto de Geociências Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MC/SEF, 1998.

ELLIOTT, J. La investigación-acción en educación. Madri: Ediciones Morata, 1990.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: Seminário Luso-Brasileiro: Investigações matemáticas no currículo e na formação de professores. Lisboa, 2005. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_lb.htm. Acesso em 03/07/2016.

HOHENWARTER, M.; PREINER, J. Dynamic mathematics with GeoGebra. Journal of online Mathematics and its applications, v. 7, março 2007.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano III, nº 4, p. 3–13, 1º semestre, 1995.

PAVANELLO, R. M. Geometria e Educação Matemática. Maringá, 1993.

PONTE, J. P. et al. Histórias de investigações matemáticas. Lisboa: [s.n.], 2003.

_____. Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org.), Reflectir e investigar sobre a prática profissional. Lisboa: APM, 2002.

_____.; BROCADO, J; OLIVEIRA, H. Investigação Matemáticas na Sala de Aula. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009, 160 p.