



# X COLÓQUIO INTERNACIONAL

"Educação e Contemporaneidade"

22 a 24 de Setembro de 2016

São Cristóvão/SE - Brasil



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

ISBN: 1982-3657

## UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO COM ATIVIDADES EXPLORATÓRIO-INVESTIGATIVAS NO GEOGEBRA 3D

WENDEL DE OLIVEIRA SILVA

NIELCE MENEGUELO LOBO DA COSTA

EIXO: 14. TECNOLOGIA, MÍDIAS E EDUCAÇÃO

### Resumo

Neste artigo descrevemos e analisamos uma experiência de ensino, realizada com alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola de Além Paraíba-MG, sobre o ensino de Poliedros. A experiência se conecta a uma pesquisa qualitativa do tipo investigação-ação cujo objetivo geral é investigar possibilidades de aprendizagem de conceitos relativos aos Poliedros sob uma proposta investigativa. Para tanto, aplicamos uma sequência de atividades exploratório-investigativas utilizando o *software* GeoGebra 3D e analisamos diálogos entre os alunos durante aplicação da sequência. Os resultados evidenciaram que as atividades de caráter exploratório-investigativas foram propícias para desafiar, incentivar, investigar e refletir sobre as atividades realizadas bem como a produção de conhecimentos geométricos.

**Palavras-chaves:** GeoGebra3D; Poliedros; atividades exploratório-investigativas.

### Résumé

Dans le present article, nous décrivons et analysons une expérience réalisée avec des lycéens en 2eme année d'une école de Além Paraíba, Minas Gerais, sur l'enseignement de Polyèdres. L'expérience se connecte à une recherche qualitative du type recherche-action dont l'objectif principal est d'investiguer des possibilités d'apprentissage de concepts

reliés aux polyèdres par le biais d'une proposition d'investigation. Par conséquent, nous appliquons une séquence d'activités d'exploration et d'investigation en utilisant le logiciel GeoGebra 3D et analysons des dialogues entre les étudiants lors de l'application de la séquence. Les résultats ont montré que les activités d'enquête de caractère exploratoire étaient propices à contester, encourager, enquêter et réfléchir sur les activités et la production de connaissances géométriques.

**Mots clés:** GeoGebra3D; Polyèdres; Activités d'exploration et d'investigation.

## **Introdução**

A sociedade atual é caracterizada pela incorporação de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), tornando a busca da informação, muitas das vezes acessível com um simples pressionar de uma tecla de computador ou de um telemóvel.

Os alunos, por sua vez, vivem em contato com o "novo", o "diferente" e o "motivador". Torna-se, então, necessário que recursos tecnológicos sejam utilizados nas aulas de Matemática e que exerçam certa influência na forma de condução do trabalho docente, com o objetivo de assumir um novo sentido colaborando para diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem Matemática.

A grande diversidade de recursos tecnológicos disponíveis como ferramenta didático-pedagógicos tem chamado a atenção de professores e alunos devido as suas potencialidades que viabilizam para o ensino e a aprendizagem. São vários os programas disponíveis no mercado desenvolvidos com o intuito de auxiliar a aprender, bem como o de expandir os horizontes metodológicos de ensino.

Como bem sabemos as TIC favorecem uma pedagogia que oportunizam aprendizados individualizados e a formação de uma rede de comunicação e colaboração que viabiliza uma nova ótica, um novo conceito de tempo e espaço, exigindo uma redefinição da formação dos professores que, inevitavelmente, necessitam estar familiarizados com as TIC e suas potencialidades pedagógicas (PRADO e ALMEIDA, 2003).

Nesse novo paradigma educacional, o professor é instigado a "assumir uma postura de aprendiz ativo, crítico e criativo, articulador do ensino com a pesquisa, constante investigador sobre o aluno, sobre seu nível de desenvolvimento cognitivo, social e afetivo, sobre sua forma de linguagem, expectativas e necessidades, sobre seu estilo de escrita,

sobre seu contexto e sua cultura” (ALMEIDA, 2000, p. 42).

Como professores de Matemática do Ensino Básico, temos percebido o quão defasado em relação aos conceitos mais elementares da Matemática, apresentam-se os alunos. A situação é ainda mais caótica quando se trata do ensino da Geometria Espacial tendo em vista sua extrema importância principalmente pelo fato de ser instrumento base para outras áreas.

Relatamos nesse artigo uma experiência de sala de aula com alunos do 2º ano de uma escola privada localizada na zona da mata mineira. Entendemos que essas práticas didáticas podem oferecer situações que possibilitam ampliar o conhecimento dos alunos sobre Poliedros mediante uma proposta investigativa.

### **Atividades de cunho exploratório-investigativo**

Adotamos nessa pesquisa a designação atividades de cunho exploratório- investigativo para uma modalidade peculiar ao ensino de Matemática, são as que levam o aluno a empreender explorações e investigações. Ponte (2003) esclarece que há dificuldade em diferenciar investigação de exploração, pois as características de tarefas não são absolutas e sim relativas à pessoa que a realiza. Com isso ele justifica ter adotado a expressão exploratório-investigativa para designar as atividades.

A utilização desse tipo de tarefa dá ao aluno a oportunidade de escolher o caminho que deseja seguir não nos limitando a impor somente o que julgamos importante. Fiorentini et al (2005) afirmam que nesse novo paradigma no ensino da Matemática o aluno sai de uma postura passiva e participa ativamente da construção de seu próprio conhecimento tornando-se um pesquisador. Nesse sentido, a Matemática deixa de ser vista como um corpo de conhecimento fechado, universal e pronto para ser ensinado.

Ponte et al (2013) afirmam ainda que investigar é conhecer o que não sabemos. A palavra investigação pode ser empregada em uma grande variedade de situações como investigação científica, investigação jornalística, investigação criminal dentre vários outros possíveis. Em um contexto educacional, investigar não significa necessariamente resolver problemas complexos, mas sim problemas que nos interessam onde não tenhamos as respostas preestabelecidas e que seja o mais fundamentado possível. Esses autores entendem ainda que investigar é uma importante e poderosa forma de construir conhecimento matemático. Para eles investigar em Matemática

“(...) assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provas, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração”. (PONTE et al, 2013, p. 10)

As atividades exploratório-investigativas são tarefas que oportunizam ao aluno vivenciarem situações onde necessitam buscar regularidades, semelhanças, similaridades e padrões de uma maneira desafiadora e motivadora, favorecendo assim o desenvolvimento de conceitos e ideias de forma que possibilita o aluno conjecturar e construir conceitos explorados nas atividades.

No que diz respeito ao ensino da Geometria, a que aqui nos propomos enfocar, Lorenzato (1995) afirma que os professores devem ter sempre presentes em suas aulas questionamentos como: Por que você pensa assim?

Como chegou a essa conclusão?

Isso vale para todos os casos?

Como isso pode ser dito de outro modo?

Você concorda?

O que mudou?

Entre outros questionamentos.

Conforme Scheffer (2009, p.95) “a exploração de vários tipos de investigação geométrica pode contribuir para a concretização e relação entre situações matemáticas, além de desenvolver capacidades como visualização espacial, representações, conexões matemáticas e ilustração de aspectos da história e evolução da matemática”. A autora afirma ainda que “o exercício de observação, descrição, representação e análise encontradas e destacadas, favorece a formação de imagens, o que fundamenta o pensamento geométrico” (p.97).

As dificuldades de construção de novos conceitos em Matemática por parte dos alunos principalmente quando estes necessitam a mobilização de conceitos elementares da Geometria Espacial tem sido relatada em diversas pesquisas (BRANCO, 2011; VILADETI, 2009; VIANA, 2005). Assim sendo, entendemos que o ensino deva ser acompanhado de metodologias para minimizar as dificuldades.

O nosso interesse em adotar as atividades exploratório-investigativas como recurso

metodológico para o ensino de Geometria Espacial, em particular Poliedros, é justificado pelo potencial em favorecer a compreensão de conceitos geométricos e promover o desenvolvimento das capacidades argumentativas e validação das respostas encontradas. Além disso, acreditamos que essas atividades valorizam a autonomia, a iniciativa, a perseverança e, principalmente, a criatividade do aluno auxiliando a produção de conhecimento geométrico.

### **O Software GeoGebra 3D: potencialidades pedagógicas**

O GeoGebra 3D é um programa de Geometria Dinâmica (GD) que pode ser utilizado tanto no Ensino Básico quanto no Ensino Superior e combina Geometria, Álgebra, Tabelas, Gráficos, Estatística e Cálculo em um único aplicativo (HOHENWARTER e PREINER, 2007). Um recurso do programa é representar, simultaneamente, um determinado constructo na Janela de Visualização 2D (plano eixos ortogonais) com sua correspondência na Janela de Álgebra permitindo assim mostrar a correlação entre a Álgebra e a Geometria.

Nesta pesquisa foi utilizado o GeoGebra 3D a versão 5.0 que disponibiliza a Janela de Visualização 3D, com ele o professor pode propor atividades para o aluno testar hipóteses e conjecturas de maneira dinâmica contribuindo assim para auxiliar as explorações, investigações e argumentações.

Apresentamos na sequência o contexto no qual se inseriu essa pesquisa, descrevemos os sujeitos e os procedimentos metodológicos para construção, descrição e interpretação dos dados coletados. Em seguida descrevemos e analisamos uma atividade de cunho exploratório-investigativa desenvolvida na experiência de ensino sobre Poliedros.

### **Metodologia da Pesquisa**

Esta é uma pesquisa qualitativa do tipo investigação-ação, a qual permite ao pesquisador observar a realidade investigada ao mesmo tempo em que participa de todo o processo. Segundo Thiollent (2003) trata-se de um tipo de pesquisa social com base empírica centrado diretamente numa situação ou num problema coletivo, o qual os pesquisadores e participantes representativos estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo, assumindo juntos o controle da situação.

Descrevemos e analisamos as possibilidades de uma experiência de ensino de conceitos relativos aos Poliedros mediante atividades de caráter exploratório-investigativo

desenvolvidas em laboratório de informática com o uso do *software* de GeoGebra 3D. Os sujeitos de pesquisa foram 30 alunos voluntários do 2º ano do Ensino Médio de uma escola localizada na zona da mata mineira.

Os instrumentos de coleta de dados foram as atividades propostas aos alunos nas quais os mesmos deveriam registrar suas respostas e entregar ao final do encontro, os vídeos com as gravações das aulas e suas transcrições. Para a realização desse trabalho baseamos tão somente na transcrição realizada do vídeo da aula no qual desenvolvemos a Atividade 2.

Observamos os diálogos dos alunos em dois momentos: durante o desenvolvimento da atividade quando discutiam os encaminhamentos e durante o compartilhamento dos resultados, quando eram indagados pelo professor.

Apresentamos a seguir uma das atividades propostas e seu desdobramento no laboratório de informática.

### **Atividade com o Geogebra 3D para explorar e investigar Poliedros**

Elaboramos uma experiência de ensino com cinco atividades de caráter exploratório-investigativo para aplicação no laboratório de informática em horários extraclasse, utilizando o *software* GeoGebra 3D. As atividades de caráter exploratório-investigativas foram realizadas em duplas.

A experiência de ensino foi desenvolvida no segundo semestre do ano de 2015 em cinco encontros de uma hora de duração abordando tópicos relativos aos Poliedros, conforme o quadro abaixo:

<b>Tarefa</b>	<b>Conteúdo</b>	<b>Duração</b>
Atividade 1	- Sólidos redondos e Poliedros.	1h
Atividade 2	- Cubo, Prisma, volumes.	1h
Atividade 3	- Tetraedro, Área e Relação de Euler.	1h
Atividade 4	- Pirâmides.	1h
Atividade 5	- Poliedros semirregulares.	1h

Quadro: temas abordados nas atividades

As atividades foram distribuídas às duplas para resolução na folha de atividades após discussões entre eles. Ao longo das atividades apresentamos questionamentos de modo a levar os alunos a perceberem as relações e construir conceitos envolvidos.

No primeiro encontro apresentamos o objetivo da sequência didática e as ferramentas básicas do *software* tanto da Janela de Visualização 2D quanto as da Janela de Visualização 3D. Discutimos procedimentos de algumas construções, ferramentas e comandos elementares do programa para subsidiar a realização das atividades seguintes. Por exemplo, construímos uma pirâmide truncada. Para tal, foram utilizadas ferramentas como: "Tetraedro", "Plano por 3 pontos", "Ponto Médio", "Ocultar/Exibir" entre outros que seriam imprescindíveis para a realização das atividades.

Dentre as tarefas propostas no projeto escolhemos, para discussão e análise nesse artigo, a Atividade 2 e seu desenvolvimento pelos alunos. Substituímos os nomes dos alunos pelas designações Aluno01, Aluno02, Aluno03 e assim sucessivamente para preservar as identidades.

## **Descrição da Atividade 2**

O objetivo dessa atividade foi levar o aluno a estabelecer relações entre os volumes dos sólidos (cubo e prisma) bem como outros elementos constituintes de um poliedro como: arestas, faces e vértices.

O enunciado da Atividade 2 apresentava uma figura de um cubo  $ABCDEFGH$  de modo que *os pontos médios das arestas  $AB$ ,  $BC$ ,  $EF$  e  $FG$  do cubo fossem  $M$ ,  $N$ ,  $P$  e  $Q$ . Solicitava então a construção de um prisma triangular  $BMNFPQ$  onde  $M$ ,  $N$ ,  $P$  e  $Q$  eram, respectivamente, pontos médios dos segmentos  $AB$ ,  $BC$ ,  $EF$  e  $FG$ .*

Após a construção do sólido com o uso do GeoGebra 3D solicitava ao aluno:

- a) *Calcule o volume do prisma  $BMNFPQ$  e do cubo.*
- b) *Quanto vale a razão entre o volume do prisma  $BMNFPQ$  e o volume do cubo?*
- c) *Retirando do cubo o prisma  $BMNFPQ$  restará o poliedro  $AMNCDEPQGH$ . Quantos são as suas faces?  
Todas as faces são polígonos regulares?  
O que você observa quanto a quantidade de arestas que partem de cada vértice?*

*Trata-se de um Poliedro Convexo?*

A primeira tarefa na Atividade 2 foi a construção do cubo ABCDEFGH e do prisma triangular BMNFPQ nele inscrito, para iniciarem o processo de exploração e investigação e, posteriormente, responderem às perguntas.

Nessa primeira parte os alunos não apresentaram dificuldades para a construção. Um dos alunos questionou quanto ao comprimento das arestas do cubo a ser construído pois o enunciado não o mencionava. O diálogo a seguir explicita a questão do estudante:

**Aluno04:** “Aqui não fala a unidade que preciso usar. Não fala se eu tenho que usar 2, 3 ou 5 de medida”.

**Professor:** “Olha bem, pessoal! Ele [enunciado] não menciona o tamanho então fica a critério de vocês”.

Logo após a realização das construções do cubo e do prisma inscrito foi perguntado a turma sobre o *Calculo do volume do prisma BMNFPQ e do cubo* (letra *a* da atividade).

**Professor:** “Como vocês pretendem determinar esses volumes?”.

**Aluno01:** “Área da base vezes a altura”.

**Aluno03:** “ $3 \times 3 \times 3$  porque coloquei a medida da aresta igual a 3”.

**Professor:** “Manipulem o objeto em estudo”.

Ao serem questionados pelo professor quanto a maneira que chegaram no valor do volume dos sólidos notamos que alguns dos alunos responderam utilizando os valores que atribuíram à aresta do cubo e outros responderam mencionado a fórmula do volume de um prisma generalizando assim o desenvolvimento como ocorreu como o Aluno01 que registrou em sua folha de atividades as expressões  $a \times a \times a = a^3$  sendo  $a$  a medida da aresta do cubo quando questionado sobre o volume do cubo e  $S_b \times h$  onde  $S_b$  representa a área da base do prisma BMNFPQ e  $h$  a altura do prisma que coincide com a aresta do cubo.

A ideia da generalização é de fundamental importância na atividade matemática. Mason (1996) afirma que uma aula que não oportuniza aos alunos generalizar não é uma aula de Matemática visto que neste caso não ocorre pensamento matemático. No caso do aluno



supracitado, podemos perceber uma grande dificuldade em estabelecer padrões.

Em relação ao prisma triangular que resultou da secção nos pontos médios das arestas das bases do cubo, o Aluno01 movimentou o objeto no GeoGebra 3D e chegou a seguinte constatação:

**Aluno01:** "Ah! Isso aqui é um triângulo retângulo, posso colocar  $1/2 \times 1/2 \times \dots$  quanto é a altura mesmo?"  
".

Ao explorar a figura, girando o objeto construído em busca de uma melhor perspectiva, o Aluno01 concluiu:

**Aluno01:** "Ah! é 3 também!".

**Professor:** "Porque você concluiu que se trata de um triângulo retângulo?"  
".

A ideia foi levar o aluno a justificar seu procedimento.

**Aluno01:** "Ah! Porque a base é quadrangular isso aqui é um ângulo reto".

Percebemos aqui que o aluno certificou-se de que se tratava de um triângulo retângulo mediante a mudança da visualização com a utilização do programa na medida em que rotacionou o sólido construído posicionando-o em uma perspectiva plana. Desse modo, o aluno pode visualizar a base do cubo (quadrangular) e a base do prisma que consistia em um triângulo retângulo tendo como dois de seus lados medidas iguais à metade da aresta do cubo. Concluiu que se tratava de um triângulo retângulo pois o ângulo reto do triângulo, base do prisma, coincidia com o ângulo da base do cubo.

Vale destacar aqui a relevância de atividades que possibilitem o "contato" do aluno com o objeto investigado mesmo que este seja de forma virtual como é o caso aqui abordado. Mediante a utilização do *software* GeoGebra 3D o aluno pode averiguar, conjecturar e perceber através dessas ações algumas características e propriedades.

Historicamente ideias básicas da Matemática surgiram de situações visíveis e concretas que, segundo Guzmán (2002) foram exploradas, investigadas e generalizadas dando origem ao conhecimento matemático. O autor enfatiza ainda que a nossa percepção é intensamente visual e mesmo quando a abstração vai além do visível no mundo físico, para melhor compreendê-lo, recorreremos a maneiras visuais, normalmente diagramas,

esquemas e desenhos.

Ao falar de aprendizagem, Costa (2000) afirma que o visual se torna irrefutável quando o aluno entende o processo investigativo. Nesse sentido é que os recursos tecnológicos podem contribuir de forma significativa como o que ocorreu na dedução do aluno ao afirmar, convictamente, que o triângulo em questão é retângulo.

Na sequência o professor se dirigiu a uma das duplas com o intuito de acompanhar o andamento da atividade.

**Professor:** "E aí meninas?"

".

**Aluno04:** "Como traço o plano?"

".

**Professor:** "Você precisam, nesse caso, selecionar a ferramenta "Plano por três pontos" e clicar, sequencialmente, em três pontos quaisquer. Deixe-me ver! Hum! Por que você querem traçar um plano?"

".

A estratégia da dupla era fazer uma secção no cubo de forma que pudessem "retirar" o prisma triangular BMNFPQ restando assim um cubo truncado. Tal procedimento seria preliminar para responder a letra *a*. Vale ressaltar que o GeoGebra 3D não permite que retiremos partes de um sólido. Como solução para esse entrave tecnológico, optamos por ocultar a parte indesejada.

Questionamos a dupla sobre a estratégia adotada pois, a princípio, não necessitaria o traçado do plano para a execução da tarefa. Seria suficiente que utilizassem a ferramenta "Polígono" com o intuito de apresentar a secção (plano MNPQ) que seria o lado em comum do prisma e do cubo truncado.

Destacamos que a dupla criou uma estratégia diferente do que havíamos imaginado para a construção do cubo truncado. Conforme alude Ponte et al (2003) ao propor ao aluno que solucione um determinado problema abrimos a possibilidade de diversas descobertas pois na tentativa de solucioná-lo, segue diferentes caminhos sendo obrigado a pensar em muitas questões que envolvem a Matemática.

Na sequência, os alunos determinaram com facilidade os volumes do cubo e do prisma. Alguns não se atentaram para o fato de estar registrado, na Janela de Álgebra, o volume

do sólido assim que este era construído na Janela de visualização 3D, assim sendo, fizeram os cálculos na folha de atividades. Não intervimos deixando-os à vontade para traçarem suas estratégias de resolução. Entretanto, outros alunos perceberam esse registro do volume e o utilizaram.

Quanto ao cálculo da razão, solicitada no item  $b$ , num primeiro momento, apenas uma das duplas havia realizado a operação diretamente pelo programa. Para isso, digitou no "Campo de Entrada" o comando: " $R=(b/a)$ " onde  $b$  é o volume do prisma,  $a$  o volume do cubo e  $R$  o valor da razão entre o volume do prisma e do cubo. Dessa forma, a medida que se alteram os valores de  $a$  e  $b$  automaticamente muda o valor de  $R$ .

Dando sequência às observações e questionamentos a dupla mencionada acima solicitou a ajuda do professor.

**Aluno06:** "Professor. Ficou feio!" [referindo-se ao resultado da razão entre os volumes].

**Professor:** "Ficou feio?"

Você acha?

E por que você acha que ficou feio?

".

**Aluno06:** "Sim". Ficou feio porque a gente utilizou 3 de lado para o cubo e as medidas das arestas do prisma ficaram "quebradas" [referindo-se aos números decimais].

**Professor:** "Não tem problema. Pode ser que dê algum número decimal. Você que o número que você encontrou é irracional?"

".

**Aluno07:** "Irracional não! Mas o valor ficou feio, quebrado...".

**Professor:** "Não tem problema você pode arredondar".

**Professor:** "Bom, e o que vocês responderam aí?"

Qual o volume do prisma?

".

**Aluno06:** "Ah! 3,38 unidades de medida pelo programa". Mas o estranho é que eu tinha feito essa conta no papel e tava dando exatamente 3,375. Será que eu errei?"

**Professor:** "Tudo bem, uma aproximação. E o volume do cubo?"  
".

**Aluno06:** "3 x 3 x 3... vai dar... 27 unidades de volume".

O que o Aluno06 denominou de "feio" era o resultado do quociente dos volumes do prisma e do cubo construídos pela equipe. Eles optaram por criar um cubo de aresta medindo 3 unidades. Desse modo, o cubo teria como medida de volume 27 unidades cúbicas enquanto que o prisma, por consequência, teria 3,375 unidades cúbicas. Desse modo, ao efetuar a divisão de 3,375 por 27 o *software* retornou como resultado o valor de 0,125.

No caso da referida dupla, não se contentou em realizar a operação no papel e calculou a razão dos volumes dos sólidos conforme detalhado anteriormente no programa. O que causou estranheza aos alunos foi a diferença de valores nos dois casos. O valor encontrado ao realizar a operação no papel foi 3,375 e o programa apresentava o valor 3,38. Então discutimos que isso ocorreu devido a arredondamento feito pelo *software* para duas casas decimais.

Exemplos como o ocorrido vêm nos alertar para a importância do planejamento. Os recursos tecnológicos são meios, e não como um fim em si na Educação. Sua utilização requer estudo, preparo e planejamento para previsão de possíveis situações de desestabilização dos alunos e de superação de dificuldades.

Pesquisas indicam que os alunos têm dificuldade em lidar com números decimais, Brousseau (2004) afirma que diversas das dificuldades encontradas para a aprendizagem dos números decimais advêm de uma questão histórica de seu ensino, muitas vezes associado a medidas e a técnicas operatórias predominando a memorização de procedimentos. Como consequência os alunos veem os números decimais como sendo um número inteiro no qual se inseriu com vírgula.

Para a resposta da letra c o aluno precisaria fazer a "retirada" do prisma e explorar o sólido, o cubo truncado.

Dando continuidade a realização da tarefa o professor questionou a turma.

**Professor:** "Então pessoal. Agora que todos 'retiraram' o prisma do cubo, observem o que restou. Alguém sabe dizer que sólido é esse?"  
"

**Aluno08:** "Não professor. É um cubo cortado, rs".

**Professor:** "Chamamos esse cubo de cubo truncado. Agora explorem esse sólido e respondam: qual é a quantidade de arestas que parte de cada vértice?"

**Vários:** "Três".

Aproveitamos aqui a oportunidade para apresentarmos o conceito de Poliedro Truncado. Foi mostrado, na sequência, alguns sólidos irregulares já construídos previamente no *software* GeoGebra 3D. Os alunos ficaram surpresos ao conhecerem essa "nova" família de poliedros. Vale lembrar que esse foi o objeto matemático abordado na Atividade 5.

**Professor:** "Suas faces são polígonos regulares?"

"

**Aluno07:** "O que é mesmo um polígono regular, professor?"

"

**Professor:** "Pessoal, alguém pode ajudar o Aluno07? O que é um polígono regular?"

"

**Aluno01:** "Ah! Um polígono regular é quando temos as medidas dos lados iguais".

**Professor:** "Baseando na definição do Aluno01 você consegue agora dizer se as faces desse sólido são polígonos regulares?"

"

**Aluno07:** "Acho que sim. São todos polígonos regulares pois são quadrados".

**Aluno06:** "Não! Olha a base e a parte de cima [direcionando-se ao Aluno07]. Não são polígonos regulares pois as medidas dos lados são diferentes desses polígonos. Gire a figura pra você ver melhor!".

O Aluno07 quando questionado se as faces do cubo truncado eram polígonos regulares, respondeu de imediato afirmando que sim. No entanto, foi contrariado por outro colega que o sugeriu que girasse a figura para melhor explorar o sólido chegando assim a conclusão de que sua conjectura inicial não era válida.

**Aluno07:** "Você tem razão, Aluno06! Dá pra ver agora que as medidas são

diferentes”.

A partir da dúvida manifestada pelo Aluno07 decidimos fazer uma revisão de alguns conceitos da Geometria Plana fundamentais para a compreensão da Geometria Espacial tendo em vista sua necessidade para a sequência das atividades.

**Professor:** Pessoal, agora quanto ao sólido em questão. Trata-se de um poliedro convexo ou côncavo?

**Aluno10:** “Côncavo”.

**Professor:** “Por que você chegou a essa conclusão?”.

**Aluno10:** “Porque ele tá cortado. Faltando um pedaço”.

**Professor:** “Então por isso trata-se de um poliedro côncavo? Todo mundo concorda com ela?”.

**Aluno06:** “Não. É um poliedro convexo. Olha só! Se a gente traçar um segmento escolhendo dois pontos internos a ele. Veja que ele [segmento] ficará todo dentro do sólido”.

**Professor:** “Então Aluno06 que tal realizar essa verificação? Todos então, vamos fazer?”.

Então todas as duplas buscaram consolidar a afirmação do Aluno06 traçando diversos segmentos internos ao poliedro até constatarem, mesmo que de maneira informal, que o poliedro em questão era convexo visto que não havia conseguido traçar um segmento que “passasse” fora do sólido.

O *software* GeoGebra 3D apresenta-se aqui como um poderoso recurso metodológico aliado do professor que possibilita a verificação de casos particulares o que induz o aluno a perceber que a conjectura pode ser verdadeira.

### **Algumas considerações**

Atividades de cunho exploratório-investigativo não costumam fazer parte do cotidiano

escolar dos alunos, acreditamos que, por isso encontramos obstáculos para o desenvolvimento dessas tarefas, tais como relutância ao responder oralmente os questionamentos do professor e insegurança ao escrever na folha de atividades. Contudo, ao longo das atividades, percebemos que os alunos, aos poucos, se tornavam mais familiarizados com a metodologia e as participações se tornaram cada vez mais espontâneas.

Para os alunos, a realização da atividade proposta, bem como a metodologia adotada e uso do *software* contribuíram motivando os alunos e levando-os a superarem dificuldades no aprendizado de poliedros. Isso porque a atividade de caráter exploratório-investigativa levou-os a refletir ao longo dos questionamentos e favoreceu o desenvolvimento de capacidades tais como a visualização espacial. A motivação foi evidente pois até mesmo os alunos que apresentavam maiores dificuldades e aqueles que são mais inibidos se empenharam na realização da tarefa proposta.

A aplicação da Atividade 2 com os alunos no GeoGebra 3D reforçaram o potencial educativo desse tipo de trabalho. Os resultados permitiram identificar dificuldades dos alunos sobre conceitos matemáticos e auxiliar os alunos a superá-las.

Percebemos que boa parte dos alunos possuía dificuldades de generalizar, isto é, de estabelecer padrões matemáticos, como o solicitado na questão *a* da atividade. Quando questionados sobre o volume dos poliedros a maioria respondeu de forma particular atribuindo valores numéricos as medidas.

Quanto ao conteúdo de Geometria Espacial, ficou evidenciado, pelos questionamentos durante o desenvolvimento da atividade, que alguns alunos desconhecem ou não se lembram de conceitos de Geometria Plana imprescindíveis para o estudo da Geometria Espacial como por exemplo os conceitos de polígono regular e de poliedro convexo.

Durante o desenvolvimento da atividade identificamos pontos positivos no que se refere aos resultados aqui obtidos como a possibilidade de traçar caminhos diferentes para a resolução de uma determinada tarefa como ocorreu com a dupla que traçou um plano em vez de determinar um polígono no momento de seccionar o cubo.

Estabelecemos no desenvolvimento das atividades com os alunos um contexto desafiador no qual os alunos se sentiram motivados e empenhados na resolução das questões. A dinâmica possibilitou aos alunos compartilharem suas ideias, ouvirem os colegas, traçarem estratégias de resolução, argumentarem e defenderem seus posicionamentos mediante as observações feitas com a ajuda do *software* e, em alguns casos, refutarem

as opiniões de outros colegas. Essas discussões e reflexões em pequenos grupos permitiram a clarificação de pensamentos intuitivos e alargaram o tipo de estratégias dos alunos.

Finalizando, vale ressaltar que a inserção de recursos tecnológicos no ensino e na aprendizagem da matemática torna necessária uma reorganização pedagógica, curricular e das práticas sendo estes o grande desafio do professor nos dias atuais. Nesse sentido devemos considerar que a sua utilização na Educação deve pressupor uma didática voltada para a colaboração e o desenvolvimento da autonomia do aprendiz pois não se trata de ensinar a fazer mas sim criar possibilidades para que esse fazer possa propiciar o compreender e assim oportunizar ao aluno a construção de novos conhecimentos.

## **Referências**

ALMEIDA, M. E. B. O computador na escola: contextualizando a formação de professores. Praticar a teoria, refletir a prática. 265 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação: Currículo. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2000.

BRANCO, M. G. P. Tarefas de exploração e investigação no ensino e na aprendizagem da Geometria: Uma experiência com alunos do 10.º ano de escolaridade. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação) – Universidade do Minho, Braga, 2009.

BROUSSEAU. G. Théorie des situations didactiques. 10 ed. Paris: La Pensée Sauvage, 2004. 395p.

COSTA, C. Visualização, veículo para educação em Geometria. In: IX Encontro de Investigação em Educação Matemática, Portugal, 2000.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: Seminário Luso-Brasileiro: Investigações matemáticas no currículo e na formação de professores. Lisboa, 2005.

Disponível em:

<http://>

[www.](http://www.)

[educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario\\_lb.htm](http://educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_lb.htm)

. Acesso em 03/07/2016.



GUZMÁN, M. The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis. In: Internacional Conference on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level, Hersonissos. Proceedings of 2nd international Conference on the Teaching Mathematics at the Undergraduate Level. Hersonissos: University of Crete, 2002.

HOHENWARTER, M.; PREINER, J. Dynamic mathematics with GeoGebra. Journal of online Mathematics and its applications, v. 7, março 2007.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria?  
Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano III, nº 4, p. 3-13, 1º semestre, 1995.

MASON, J. Expressing Generality and Roots of Algebra. In N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee (eds.), Approaches to Algebra, Perspectives for Research and Teaching (pp. 65-86), 1996.

NUNES, S. M. L. A proficiência Matemática dos alunos brasileiros no PISA 2003. 2013. 218f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação da UFMG. Belo Horizonte. 2013.

PONTE, J. P. et al. Histórias de investigações matemáticas. Lisboa: [s.n.], 2003.

PONTE, J. P. Formação do professor de Matemática: perspectivas atuais. Lisboa: [s.n.], 2013.

PRADO, M. E. B. B. Educação a distância e formação do professor: redimensionando concepções de aprendizagem. 279 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação: Currículo, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

SCHEFFER, N. F. O LEM na discussão de conceitos de geometria a partir das mídias: dobradura e *software* dinâmico. In: LORENZATO, Sergio. O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. 2ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

THIOLLENT. Michel. Metodologia da pesquisa-ação. 12ª ed. São Paulo: Cortez, 2003.

VIANA, O. A. O componente espacial da habilidade matemática de alunos do ensino médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à matemática e à geometria. Tese de doutorado. Universidade Estadual de Campinas, 2005.

VIDALETTI, V. B. B. Ensino e aprendizagem da geometria espacial a partir da manipulação de sólidos. 2009. 109f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário UNIVATES. Lajeado-RS, 2009.

\* Graduado em Licenciatura em Matemática pela Fundação Educacional de Além Paraíba (FEAP), com Mestrado em Educação Matemática pela Universidade Severino Sombra (USS) e Doutorando em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo. Professor efetivo da rede estadual do Estado de Minas Gerais, professor da Rede CNEC de Ensino. Coordenador de Tutoria e orientador de TFC nos cursos de especialização a distância em Novas Tecnologias no Ensino da Matemática e Planejamento, Implementação e Gestão de Educação à distância na Lante-UFF.

\*\* Graduada em Matemática pelo IME-USP e em Pedagogia pela FFCLSBC, com Mestrado em Ensino da Matemática e Doutorado em Educação (Currículo), pela PUCSP. Atualmente é docente e pesquisadora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, stricto sensu, da Universidade Anhanguera de São Paulo onde coordena Projeto de formação e pesquisa do Programa OBEDUC. Tem atuado na linha da formação de professores de Matemática e em educação tecnológica. É sócia fundadora da "Núcleo Eduque: Cursos e Consultoria Ltda. Atua como consultora em Ensino de Matemática, Gestão Escolar, Avaliação e em Tecnologia e Mídias na Educação.